

## Kendali Linierisasi Umpan Balik pada Sistem Pendulum Terbalik

<sup>1</sup>\*Alfian Ma'arif

<sup>1</sup>Universitas Ahmad Dahlan, Yogyakarta, Indonesia

e-mail: [alfianmaarif@ee.uad.ac.id](mailto:alfianmaarif@ee.uad.ac.id)

\*correspondence author

### Abstrak

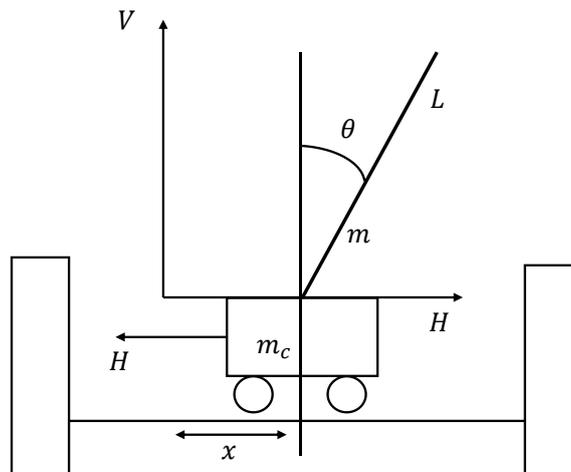
Pada penelitian ini diterapkan pengendali linierisasi umpan balik pada sistem pendulum terbalik yang memiliki karakteristik tidak linear dan tidak stabil. Berdasarkan pada pengujian, pengendali yang diusulkan mampu untuk membuat sistem mengikuti sinyal referensi undak dan sinus. Nilai respons sistem untuk sinyal referensi undak adalah waktu naik sebesar 4,0386; waktu kestabilan sebesar 3,4656 dan overshoot sebesar 0 persen. Oleh karena itu dapat disimpulkan bahwa pengendali umpan balik linierisasi mampu untuk mengendalikan sistem pendulum terbalik mengikuti sinyal referensi.

*In this study, a feedback linearization controller was applied to an inverted pendulum system which has non-linear and unstable characteristics. Based on the test, the proposed controller is able to make the system follow step and sine reference signals. The system response value for the step reference signal is an increment time of 4.0386; the time of stability was 3.4656 and overshoot was 0 percent. Therefore, it can be concluded that the linearized feedback controller is able to control the inverted pendulum system following the reference signal.*

**Kata Kunci:** Pengendali umpan balik linierisasi, Pendulum terbalik, nir linier.

### PENDAHULUAN

Sistem pendulum terbalik adalah suatu sistem yang menjaga sebuah batang tegak agar tetap berdiri seimbang [1]. Ilustrasi sistem ini ditunjukkan pada Gambar 1 yaitu berupa batang tegak yang ditempatkan pada sebuah poros di atas kereta. Ketika kereta bergerak ke arah kanan dan kiri akan membuat batang pendulum bergoyang ke arah kiri dan kanan.



Gambar 1. Kereta Pendulum Terbalik

Sistem ini telah banyak diterapkan di berbagai sistem seperti Segway [2] dan robot keseimbangan [3]. Selain itu sistem ini juga merupakan salah satu contoh yang balik dalam mempelajari tentang sistem kendali.

Pendulum terbalik adalah sistem yang memiliki karakteristik tidak stabil dan tidak linier [4][5]. Oleh karena itu pengendali yang tepat diperlukan untuk dapat mengendalikan sistem tersebut. Terdapat berbagai jenis pengendali yang dapat diterapkan untuk mengendalikan sistem pendulum terbalik seperti pengendali proporsional integral derivative [6], sliding mode controller [7][8] dan umpan balik linierisasi [9].

Pada penelitian ini akan diterapkan pengendali umpan balik linierisasi. Pengendali ini memiliki kelebihan memiliki persamaan matematis yang sederhana namun dapat memberikan kestabilan sistem [10]. Pengendali ini telah berhasil diterapkan untuk mengendalikan sistem levitasi magnetis [11] yang memiliki karakteristik yang mirip dengan sistem pendulum terbalik yaitu tidak linier dan tidak stabil.

Struktur penulisan artikel ini adalah sebagai berikut. Bagian pertama adalah pendahuluan. Bagian kedua adalah metode. Bagian ketiga adalah hasil dan pembahasan dan bagian terakhir adalah penutup.

## METODE PENELITIAN

Pada bagian ini terdapat dua buah sub bagian yaitu model pendulum terbalik dan desain pengendali umpan balik linierisasi.

### Model Pendulum Terbalik

Persamaan dinamik pendulum terbalik [12] adalah

$$\begin{aligned}\dot{x}_1 &= x_2 \\ \dot{x}_2 &= \frac{g \sin x_1 - mlx_2^2 \cos x_1 \sin x_1 / (m_c + m)}{l(4/3 - \cos^2 x_1 / (m_c + m))} \\ &\quad + \frac{\cos x_1 / (m_c + m)}{l(4/3 - \cos^2 x_1 / (m_c + m))} u\end{aligned}\quad (1)$$

Dengan  $x_1$  adalah sudut dan  $x_2$  kecepatan sudut. Variabel  $g$  adalah gaya gravitasi,  $m_c$  adalah massa kereta,  $m$  adalah massa batang pendulum,  $l$  adalah Panjang batang pendulum dan  $u$  adalah sinyal kendali.

Persamaan (1) dapat dituliskan dalam bentuk lain sebagai

$$\begin{aligned}\dot{x}_1 &= x_2 \\ \dot{x}_2 &= f(x, t) + g(x, t)u\end{aligned}\quad (2)$$

Dengan

$$\begin{aligned}f(x, t) &= \frac{g \sin x_1 - mlx_2^2 \cos x_1 \sin x_1 / (m_c + m)}{l(4/3 - \cos^2 x_1 / (m_c + m))} \\ g(x, t) &= \frac{\cos x_1 / (m_c + m)}{l(4/3 - \cos^2 x_1 / (m_c + m))}\end{aligned}$$

Model sistem pada persamaan merupakan model yang mewakili karakteristik sistem pendulum terbalik. Model tersebut termasuk jenis model tidak linier karena terdapat bagian  $\sin$ ,  $\cos$ , dan pangkat kuadrat.

### Desain Pengendali

Diketahui sistem tidak linier pangkat dua pada persamaan (2) sebagai

$$\begin{aligned}\dot{x}_1 &= x_2 \\ \dot{x}_2 &= f(x, t) + g(x, t)u\end{aligned}\quad (3)$$

Dengan  $f(x, t)$  dan  $g(x, t)$  adalah fungsi tidak linier. Dengan mendefinisikan variabel error sebagai

$$e = x_{1d} - x_1 \quad (4)$$

Dengan  $x_{1d}$  adalah nilai referensi yang diinginkan. Berdasarkan pada kendali umpan balik linierisasi, pengendali didesain sebagai

$$u = v - \frac{f(x, t)}{g(x, t)} \quad (5)$$

Dengan  $v$  adalah pengendali umpan balik.

Dengan menyubstitusikan kendali umpan balik linierisasi pada persamaan (5) ke model sistem pada persamaan (3) dapat diperoleh model linier sistem sebagai

$$\begin{aligned}\dot{x}_1 &= x_2 \\ \dot{x}_2 &= v\end{aligned}\quad (6)$$

Lalu, pengendali umpan balik  $v$  dapat didesai sebagai

$$v = \ddot{x}_d + k_1 e + k_2 \dot{e} \quad (7)$$

Dengan  $k_1$  dan  $k_2$  adalah konstanta bernilai positif.

Berdasarkan persamaan (6) dan persamaan (7)

$$\ddot{e} + k_1 \dot{e} + k_2 e = 0$$

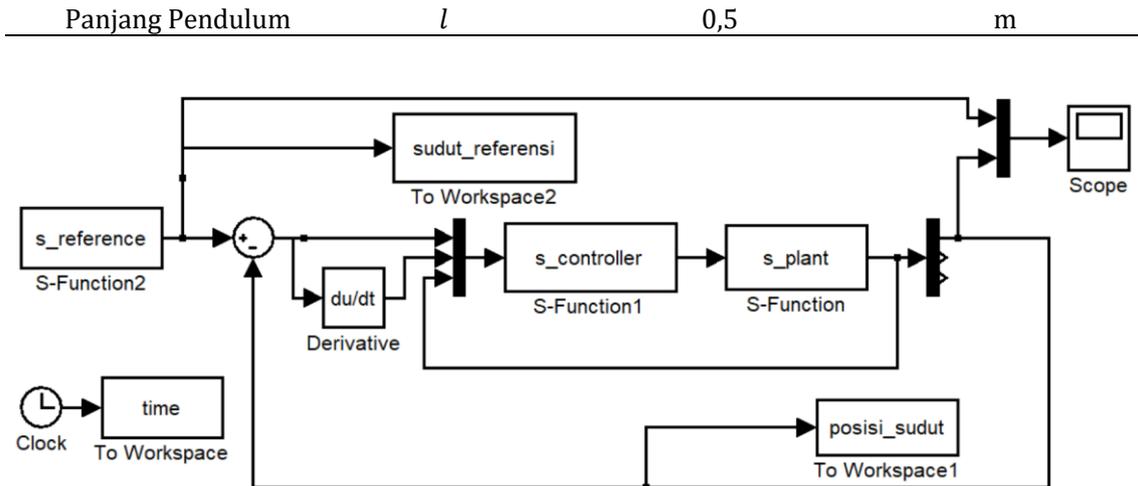
Oleh karena itu,  $e_1 \rightarrow 0$  dan  $e_2 \rightarrow 0$  ketika  $t \rightarrow \infty$

### HASIL DAN PEMBAHASAN

Pada bagian ini akan dilakukan pengujian pengendalian sistem pendulum terbalik dengan pengendali umpan balik linierisasi dengan menggunakan software Simulink Matlab. Nilai parameter sistem pendulum terbalik ditunjukkan pada Tabel 1. Terdapat beberapa parameter sistem seperti gaya gravitasi, massa kereta, massa batang pendulum dan panjang pendulum. Sementara simulasi blok Simulink Matlab ditunjukkan pada Gambar 2. Blok s\_reference adalah nilai referensi, blok s\_controller adalah pengendali, dan blok s\_plant adalah model sistem.

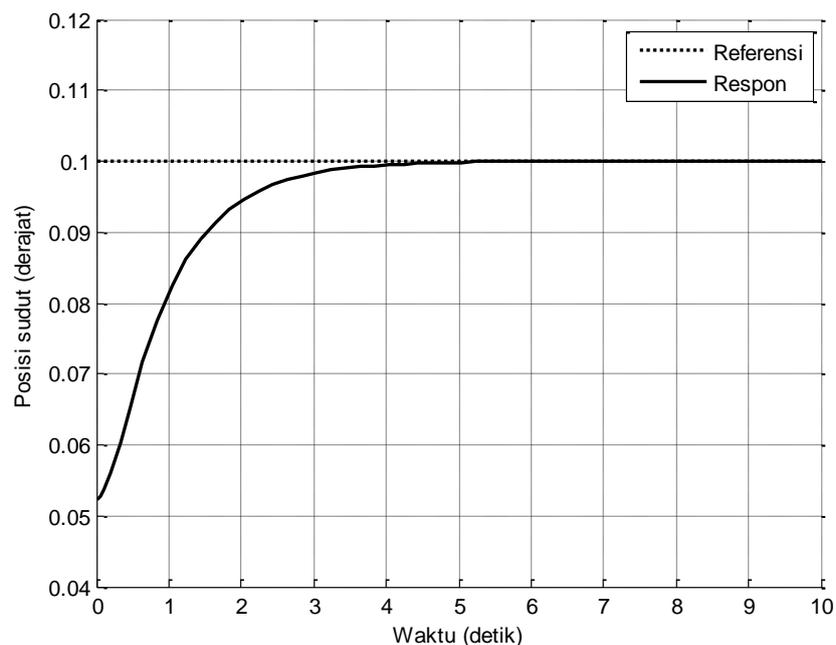
Tabel 1. Nilai Parameter

Nama Parameter	Parameter		
	Simbol	Nilai	Satuan
Gaya Gravitasi	$g$	9,8	$m/s^2$
Massa Kereta	$m_c$	1	kg
Massa Batang Pendulum	$m$	0,1	kg



Gambar 2. Desain Simulasi Simulink Matlab

Pengujian dengan sinyal referensi undak ditunjukkan pada Gambar 3. Sumbu  $x$  adalah nilai waktu dengan satuan detik dan sumbu  $y$  adalah posisi sudut dengan satuan derajat. Garis putus-putus adalah sinyal referensi yang harus diikuti oleh sistem dan garis hitam adalah respon pendulum terbalik.

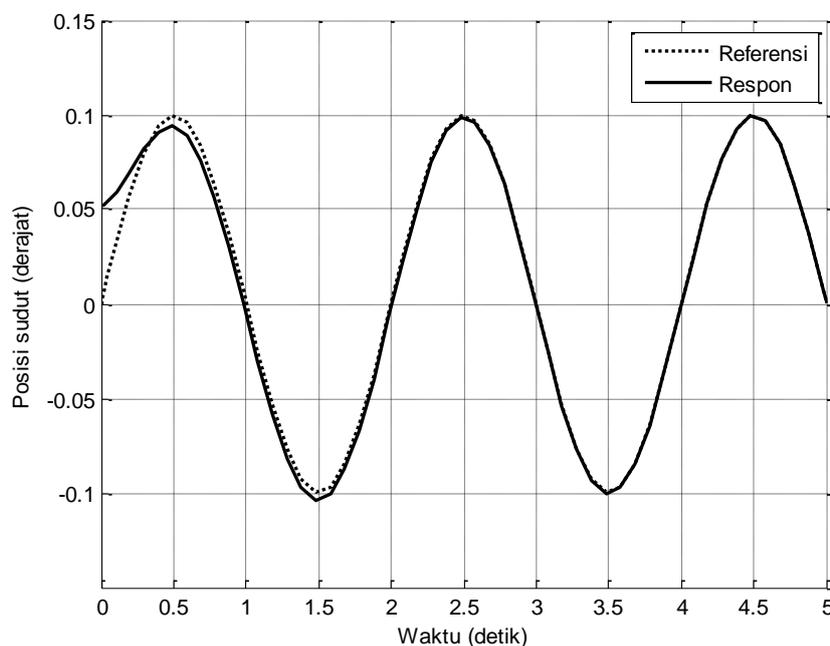


Gambar 3. Respons Sinyal Referensi Sinus

Berdasarkan pada Gambar 3 dapat diketahui bahwa pengendali umpan balik linierisasi mampu untuk membuat sistem mencapai sinyal referensi undak. Nilai respons sistem pengujian tersebut adalah waktu naik sebesar 4,0386 detik, waktu kestabilan 3,4656 detik, overshoot sebesar 0 persen dan kesalahan keadaan stabil sebesar 0.

Pengujian dengan sinyal referensi sinus ditunjukkan pada Gambar. Berdasarkan grafik pada Gambar tersebut dapat diketahui bahwa respons sistem dapat mengikuti

sinyal referensi. Oleh karena itu pengendali yang diusulkan mampu mengendalikan sistem mengikuti sinyal referensi sinus.



Gambar 4. Respons Sinyal Referensi Sinus

Berdasarkan Gambar 4, waktu yang diperlukan untuk mencapai nilai referensi di bawah 2 detik. Hal tersebut menandakan pengendali memerlukan waktu yang relatif cepat untuk mencapai nilai referensi sinus.

## KESIMPULAN

Pada penelitian ini, pengendali umpan balik linierisasi diimplementasikan pada sistem pendulum terbalik yang memiliki karakteristik tidak stabil dan tidak linier. Berdasarkan pada pengujian dapat diketahui bahwa pengendali yang diusulkan mampu untuk mengikuti sinyal referensi berupa sinyal undak dan sinyal sinus. Nilai respons sistem untuk sinyal referensi undak adalah waktu naik sebesar 4,0386, waktu kestabilan sebesar 3,4656 dan overshoot sebesar 0 persen. Berdasarkan pada penelitian ini dapat disimpulkan bahwa desain pengendali yang diusulkan mampu untuk mengendalikan sistem pendulum terbalik tidak stabil dan tidak linier.

## DAFTAR PUSTAKA

- [1] K. Ogata, *Modern Control Engineering*. Prentice Hall, 2010.
- [2] B. Kim and B. Park, "Robust Control for the Segway with Unknown Control Coefficient and Model Uncertainties," *Sensors*, vol. 16, no. 7, p. 1000, Jun. 2016.
- [3] A. Maarif, R. D. Puriyanto, and F. R. T. Hasan, "Robot Keseimbangan dengan Kendali PID dan Kalman Filter," *IT JOURNAL RESEARCH AND DEVELOPMENT*, vol. 4, no. 2, Feb. 2020.
- [4] H. O. Erkol, "Optimal  $PI\lambda D\mu$  controller design for two wheeled inverted pendulum," *IEEE Access*, vol. 6, pp. 75709–75717, 2018.
- [5] J. F. S. Trentin, S. Da Silva, J. M. De Souza Ribeiro, and H. Schaub, "Inverted Pendulum Nonlinear Controllers Using Two Reaction Wheels: Design and Implementation," *IEEE Access*, vol. 8, pp. 74922–74932, 2020.

- [6] S. K. Valluru and M. Singh, "Stabilization of nonlinear inverted pendulum system using MOGA and APSO tuned nonlinear PID controller," *Cogent Engineering*, vol. 4, no. 1, Jul. 2017.
- [7] R. Uswarman, A. I. Cahyadi, O. Wahyunggoro, R. Uswarman, A. I. Cahyadi, and O. Wahyunggoro, "Design and Implementation of a Magnetic Levitation System Controller using Global Sliding Mode Control," *Journal of Mechatronics, Electrical Power, and Vehicular Technology*, vol. 5, no. 1, p. 17, Jul. 2014.
- [8] R. Uswarman, S. Istiqphara, R. A. Yunmar, and A. Z. Rakhman, "Robust Control of a Quadcopter Flying Via Sliding Mode," *Journal of Science and Application Technology*, vol. 2, no. 1, pp. 135–143, Jun. 2019.
- [9] A. Ma'arif, A. imam Cahyadi, and O. Wahyunggoro, "CDM Based Servo State Feedback Controller with Feedback Linearization for Magnetic Levitation Ball System," *International Journal on Advanced Science, Engineering and Information Technology*, vol. 8, no. 3, p. 930, Jun. 2018.
- [10] H. K. Khalil, *Nonlinear Systems: Pearson New International Edition*. Pearson Education Limited, 2013.
- [11] A. Ma'arif, A. I. Cahyadi, O. Wahyunggoro, and Herianto, "Servo state feedback based on Coefficient Diagram Method in magnetic levitation system with feedback linearization," in *2017 3rd International Conference on Science and Technology - Computer (ICST)*, 2017, pp. 22–27.
- [12] J. Liu and X. Wang, *Adaptive Sliding Mode Control for Mechanical Systems: Design, Analysis dan Matlab Simulation*. Tsinghua University Press and Springer, 2011.